

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

---

Πρόλογος 17

## ΜΕΡΟΣ Α΄ ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1  
ΕΙΣΑΓΩΓΗ 25

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2  
ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ 29

- 2.1. Στατιστικοί Πίνακες 29
- 2.2. Διαγράμματα 38
  - 2.2.1. Γενικά 38
  - 2.2.2. Διαγράμματα Κατανομών Συχνοτήτων Συνεχών και Διακριτών Μεταβλητών 38
  - 2.2.3. Διαγράμματα των Αθροιστικών Συχνοτήτων 39
  - 2.2.4. Ημιλογαριθμικά Διαγράμματα 51
  - 2.2.5. Διαγράμματα Ποιοτικών Ταξινομήσεων 51
  - 2.2.6. Διαγράμματα Χρονολογικών Σειρών 54
  - 2.2.7. Σπυροειδή Διαγράμματα 61

- 2.2.8. Τριγωνικά Διαγράμματα 62
- 2.2.9. Στερεογράμματα 65
- 2.2.10. Χαρτοδιαγράμματα 67
- 2.2.11. Ειδογράμματα 67

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

## ΜΕΤΡΑ ΤΩΝ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ 70

- 3.1. Γενικά 70
- 3.2. Μέτρα Κεντρικής Τάσης και Θέσης Τιμών 70
  - 3.2.1. Αριθμητικός Μέσος 70
  - 3.2.2. Γεωμετρικός Μέσος 73
  - 3.2.3. Αρμονικός Μέσος 73
  - 3.2.4. Διάμεσος 74
  - 3.2.5. Τεταρτημόρια, Δεκατημόρια, Εκατοστημόρια 76
  - 3.2.6. Τύπος ή Επικρατούσα Τιμή 77
- 3.3. Μέτρα Διασποράς Τιμών 81
  - 3.3.1. Μέση Απόλυτη Απόκλιση 81
  - 3.3.2. Διακύμανση και Τυπική Απόκλιση (Μέση Απόκλιση Τετραγώνου) 82
  - 3.3.3. Εύρος Μεταβολής 85
  - 3.3.4. Τεταρτημοριακή Απόκλιση 86
  - 3.3.5. Συντελεστής Μεταβλητικότητας 86
  - 3.3.6. Τυποποιημένη Μεταβλητή 88
- 3.4. Μέτρα Ασυμμετρίας 90
- 3.5. Μέτρα Κύρτωσης 96
- 3.6. Θηκόγραμμα 99
- 3.7. Μέτρα Ανισοκατανομής ή Συγκέντρωσης 101
  - 3.7.1. Καμπύλη Lorenz και Συντελεστής Gini 101
  - 3.7.2. Συντελεστής Gini – Hirschman 104

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4  
ΑΡΙΘΜΟΔΕΙΚΤΕΣ 107

- 4.1. Γενικά 107
- 4.2. Σταθμικοί Αριθμοδείκτες 109
  - 4.2.1. Αριθμοδείκτες Τιμών κατά Laspeyres και κατά Paasche 109
  - 4.2.2. Αριθμοδείκτες Τιμών  
κατά Fisher και κατά Edgeworth-Marshall 110
  - 4.2.3. Αριθμοδείκτες Ποσοτήτων (όγκου)  
κατά Laspeyres και κατά Paasche 110
  - 4.2.4. Αριθμοδείκτες Ποσοτήτων κατά Fisher  
και κατά Edgeworth-Marshall 111
  - 4.2.5. Αριθμοδείκτες Αξίας –  
Σχέση Αριθμοδεικτών Laspeyres και Paasche 112
  - 4.2.6. Κριτήρια Επιλογής Αριθμοδεικτών 115
- 4.3. Ειδικά Θέματα Αριθμοδεικτών 118
  - 4.3.1. Σύνδεση Αριθμοδεικτών 118
  - 4.3.2. Αποπληθωρισμός 121
  - 4.3.3. Αριθμοδείκτης  
της Αγοραστικής Δύναμης του Χρήματος 123

ΜΕΡΟΣ Β΄  
ΘΕΩΡΙΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ  
ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΤΑΝΟΜΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1  
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ 129

- 1.1. Εισαγωγή 129
- 1.2. Διατάξεις 133
- 1.3. Διατάξεις με Επανάληψη 135
- 1.4. Συνδυασμοί 136
- 1.5. Συνδυασμοί με Επανάληψη 138
- 1.6. Διωνυμικοί Συντελεστές 139

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

## ΕΝΝΟΙΑ ΚΑΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ 143

- 2.1. Εισαγωγή 143
- 2.2. Έννοια της Πιθανότητας 144
  - 2.2.1. Ορισμός της Πιθανότητας «A Priori» 145
  - 2.2.2. Ορισμός της Πιθανότητας «A Posteriori» 145
  - 2.2.3. Γεωμετρική Πιθανότητα 149
- 2.3. Πιθανότητα Σύνθετων Ενδεχομένων 150
  - 2.3.1. Πράξεις Ενδεχομένων 150
  - 2.3.2. Προτάσεις Πιθανοτήτων Ενδεχομένων 152
- 2.4. Πιθανότητα υπό Συνθήκη 156
- 2.5. Ανεξάρτητα Ενδεχόμενα 164
- 2.6. Κανόνας του Bayes 169

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

## ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ 173

- 3.1. Υποδείγματα Πιθανοτήτων 173
- 3.2. Τυχαία Μεταβλητή 176
- 3.3. Κατανομή Διακριτής Τυχαίας Μεταβλητής 177
- 3.4. Κατανομή Συνάρτησης  
Διακριτής Τυχαίας Μεταβλητής 183
- 3.5. Από Κοινού Κατανομή  
Διακριτών Τυχαίων Μεταβλητών 184
- 3.6. Διάμεσος, Τεταρτημόρια, Επικρατούσα Τιμή  
και Μαθηματική Ελπίδα Διακριτής Τυχαίας Μεταβλητής 197
- 3.7. Μαθηματική Ελπίδα Συνάρτησης  
Διακριτής Τυχαίας Μεταβλητής 209
- 3.8. Μαθηματική Ελπίδα Συνάρτησης  
Δύο Διακριτών Τυχαίων Μεταβλητών 211
- 3.9. Διακύμανση Διακριτής Τυχαίας Μεταβλητής 215
- 3.10. Διακύμανση Συνάρτησης Διακριτής Τυχαίας Μεταβλητής 221
- 3.11. Ροπές Διακριτής Τυχαίας Μεταβλητής 224

- 3.12. Μικτές Ροπές Ζεύγους  
Διακριτών Τυχαίων Μεταβλητών 227
- 3.13. Συνδιακύμανση και Συντελεστής Συσχέτισης  
Δύο Διακριτών Τυχαίων Μεταβλητών 228
- 3.14. Διακύμανση Συνάρτησης  
Δύο Διακριτών Τυχαίων Μεταβλητών 236
- 3.15. Ροπές Συναρτήσεων  $n$   
Διακριτών Τυχαίων Μεταβλητών 239
- 3.16. Υπό Συνθήκη Ροπές Διακριτών Τυχαίων Μεταβλητών  
και Συναρτήσεων Διακριτών Τυχαίων Μεταβλητών 244

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

## ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ 253

- 4.1. Διακριτή Ομοιόμορφη Κατανομή 253
- 4.2. Κατανομή Bernoulli 254
- 4.3. Διωνυμική Κατανομή 255
- 4.4. Κατανομή Poisson 261
- 4.5. Γεωμετρική Κατανομή 265
- 4.6. Κατανομή Pascal (Αρνητική Διωνυμική Κατανομή) 267
- 4.7. Υπεργεωμετρική Κατανομή 268
- 4.8.  $k$ -Διάστατη Υπεργεωμετρική Κατανομή 270
- 4.9. Πολυωνυμική Κατανομή 272

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

## ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΤΥΧΑΙΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ 275

- 5.1. Κατανομή Συνεχούς Τυχαίας Μεταβλητής 275
- 5.2. Χαρακτηριστικά Μέτρα Συνεχούς Τυχαίας Μεταβλητής  
και Συνάρτησης Συνεχούς Τυχαίας Μεταβλητής 289
- 5.3. Ροπές Συνεχούς Τυχαίας Μεταβλητής 296
- 5.4. Συνεχείς Τυχαίες Μεταβλητές και Κατανομές τους 302

- 5.5. Μαθηματική Ελπίδα Συνάρτησης  
Δύο Συνεχών Τυχαίων Μεταβλητών 314
- 5.6. Μικτές Ροπές Ζεύγους  
Συνεχών Τυχαίων Μεταβλητών 315
- 5.7. Συνδιακύμανση και Συντελεστής Συσχέτισης  
Δύο Συνεχών Τυχαίων Μεταβλητών 316
- 5.8. Διακύμανση Συνάρτησης  
Δύο Συνεχών Τυχαίων Μεταβλητών 322
- 5.9. Ροπές Συναρτήσεων  $n$   
Συνεχών Τυχαίων Μεταβλητών 322
- 5.10. Υπό Συνθήκη Ροπές Συνεχών Τυχαίων Μεταβλητών  
και Συναρτήσεων Συνεχών Τυχαίων Μεταβλητών 326

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

### ΣΥΝΕΧΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ 335

- 6.1. Κανονική Κατανομή 335
- 6.2. Προσαρμογή Κανονικής Κατανομής  
σε Δοσμένη Εμπειρική Κατανομή 345
- 6.3. Χρήση Κανονικού Χάρτη Πιθανότητας 347
- 6.4. Άλλες Συνεχείς Κατανομές 349
  - 6.4.1. Ομοιόμορφη ή Ορθογωνική Κατανομή 350
  - 6.4.2. Κατανομή Γάμμα 353
  - 6.4.3. Εκθετική Κατανομή 356
  - 6.4.4. Κατανομή Βήτα 358
  - 6.4.5. Κατανομή Cauchy 360
  - 6.4.6. Λογαριθμοκανονική Κατανομή 362
  - 6.4.7. Κατανομή Laplace ή Αμφίπλευρη Εκθετική Κατανομή 363
  - 6.4.8. Κατανομή Weibull 364
  - 6.4.9. Κατανομή Pareto 366
  - 6.4.10. Κατανομή Maxwell - Boltzmann 368
  - 6.4.11. Κατανομή Rayleigh 369
  - 6.4.12. Κατανομή Gumbel 371
  - 6.4.13. Διδιάστατη Κανονική Κατανομή 372

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

## ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΤΥΧΑΙΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ 374

- 7.1. Ροπογεννήτριες Συναρτήσεις 374
  - 7.1.1. Μονομεταβλητή Περίπτωση 374
  - 7.1.2. Ροπογεννήτριες Συναρτήσεις Μονομεταβλητών Κατανομών 376
  - 7.1.3. Πολυμεταβλητή Περίπτωση 384
- 7.2. Μετασχηματισμοί 394
  - 7.2.1. Γενικά 394
  - 7.2.2. Μονομεταβλητή Περίπτωση 395
    - 7.2.2.1. Μέθοδος Αλλαγής (Μετασχηματισμού) Τυχαίας Μεταβλητής 395
    - 7.2.2.2. Μέθοδος Αθροιστικής Συνάρτησης της Κατανομής Τυχαίας Μεταβλητής 405
    - 7.2.2.3. Μέθοδος Ροπογεννήτριας Συνάρτησης Τυχαίας Μεταβλητής 410
  - 7.2.3. Πολυμεταβλητή Περίπτωση 412
    - 7.2.3.1. Μέθοδος Αλλαγής (Μετασχηματισμού) Τυχαίων Μεταβλητών 412
    - 7.2.3.2. Μέθοδος Αθροιστικής Συνάρτησης της Κατανομής Τυχαίων Μεταβλητών 420
    - 7.2.3.3. Μέθοδος Ροπογεννήτριας Συνάρτησης Τυχαίων Μεταβλητών 423
- 7.3. Ανισότητες Markov και Chebyshev 428

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

## ΤΥΧΑΙΑ ΔΕΙΓΜΑΤΑ

## ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΜΕΓΑΛΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

## ΚΑΙ ΚΕΝΤΡΙΚΟ ΟΡΙΑΚΟ ΘΕΩΡΗΜΑ 432

- 8.1. Εισαγωγή 432
- 8.2. Στατιστικές Δείγματος 434
- 8.3. Νόμος των Μεγάλων Αριθμών και Κεντρικό Οριακό Θεώρημα 437

- 8.3.1. Γενικά 437
- 8.3.2. Νόμος των Μεγάλων Αριθμών 438
- 8.3.3. Κεντρικό Οριακό Θεώρημα 440
- 8.3.4. Προσέγγιση της Διωνυμικής Κατανομής από την Κανονική Κατανομή 450
- 8.3.5. Προσέγγιση της Κατανομής Poisson από την Κανονική Κατανομή 456

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

### ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ ΔΕΙΓΜΑΤΟΛΗΨΙΑΣ 460

- 9.1. Γενικά 460
  - 9.2. Κατανομή Δειγματικών Μέσων Κανονικής Κατανομής 460
  - 9.3. Κατανομή  $\chi^2$  465
  - 9.4. Κατανομή  $t$  του Student 473
  - 9.5. Κατανομή  $F$  477
- Βιβλιογραφία* 483
- Στατιστικοί Πίνακες* 485